

Miejsce na naklejkę z kodem szkoły



dysleksja

# ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI

## POZIOM PODSTAWOWY

**Czas pracy 170 minut**

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 18 stron (zadania 1–29).
2. W zadaniach od 1. do 20. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko **jedną** odpowiedź i zaznacz ją na karcie odpowiedzi.
3. Zaznaczając odpowiedzi w części karty, przeznaczonych dla zdającego, zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⊙ i zaznacz właściwe.
4. Rozwiązania zadań od 21. do 29. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania, prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora. Błędne odpowiedzi przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
10. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

*Życzymy powodzenia!*

**Zestaw 1**

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

Wypełnia zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

KOD ZDAJĄCEGO

**ZADANIA ZAMKNIĘTE**

*W zadaniach od 1. do 20. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.*

**Zadanie 1. (1 pkt)**

Zamień jednostki.  $100 \text{ km}^2$  to

- A.  $100\,000 \text{ m}^2$       B.  $108 \text{ m}^2$       C.  $0,001 \text{ m}^2$       D.  $106 \text{ m}^2$

**Zadanie 2. (1 pkt)**

Wyrażenie  $\frac{1}{t-2} - \frac{t+3}{t^2-4}$  dla  $t \neq -2, t \neq 2$  jest równe

- A.  $\frac{1}{(t-2)^2}$       B.  $\frac{4-t}{t^2+t-6}$       C.  $\frac{-1}{t^2-4}$       D.  $\frac{5}{t^2-4}$

**Zadanie 3. (1 pkt)**

Liczba rozwiązań równania  $x^4 - x^3 - 49x^2 + 49x = 0$  jest równa

- A. 4      B. 3      C. 2      D. 1

**Zadanie 4. (1 pkt)**

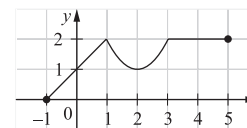
Rozwiązaniem równania  $\frac{x-2}{x} - 7 = 0$  jest

- A.  $x = 2$       B.  $x = 9$       C.  $x = \frac{1}{4}$       D.  $x = -\frac{1}{3}$

**Zadanie 5. (1 pkt)**

Wykres funkcji  $f$  przedstawiono na rysunku. Funkcja  $g$  dana jest wzorem  $g(x) = f(-x)$ . Wobec tego

- A. funkcja  $g$  jest stała w przedziale  $\langle 3; 5 \rangle$  i  $g(1) = -2$   
 B. funkcja  $g$  jest stała w przedziale  $\langle 3; 5 \rangle$  i  $g(-1) = 0$   
 C. funkcja  $g$  jest stała w przedziale  $\langle -5; -3 \rangle$  i  $g(-1) = 0$   
 D. funkcja  $g$  jest stała w przedziale  $\langle -5; -3 \rangle$  i  $g(1) = 0$



**Zadanie 6. (1 pkt)**

Wykres funkcji liniowej  $f$  przechodzi przez punkty o współrzędnych  $(-2, -2)$  i  $(0, -6)$ . Wobec tego

- A.  $f(x) = -\frac{1}{2}x - 3$       B.  $f(x) = -2x - 6$       C.  $f(x) = 2x - 6$       D.  $f(x) = -4x - 6$

**Zadanie 7. (1 pkt)**

Funkcja  $f$  dana jest wzorem  $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$ . Funkcja  $f$

- A. nie ma miejsc zerowych  
 B. ma dokładnie jedno miejsce zerowe  $x_0 = \frac{3}{4}$   
 C. ma dwa miejsca zerowe  $x_1 = 4, x_2 = -1$   
 D. ma dwa miejsca zerowe  $x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{2}$

**BRUDNOPIS**



**Zadanie 8. (1 pkt)**

Tomek rozpoczął sezon rowerowy. Pierwszego dnia przejechał 20 km i zaplanował codziennie przez tydzień zwiększać dystans o 10 km. W ciągu pięciu pierwszych dni sezonu Tomek przejechał łącznie

- A. 200 km                      B. 60 km                      C. 100 km                      D. 30 km

**Zadanie 9. (1 pkt)**

Jeżeli kąt ostry  $\alpha$  spełnia równanie  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{\sqrt{\sqrt{9}}}$ , to

- A.  $\alpha = \frac{3}{\sqrt{3}}$                       B.  $\alpha = 60^\circ$                       C.  $\alpha = 30^\circ$                       D.  $\alpha = 45^\circ$

**Zadanie 10. (1 pkt)**

Wyrażenie  $\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x}$  jest równe

- A.  $1 - \sin x$                       B.  $\frac{1}{\operatorname{tg} x}$                       C.  $\operatorname{tg}^2 x$                       D.  $\frac{\cos^2 x}{\sin x}$

**Zadanie 11. (1 pkt)**

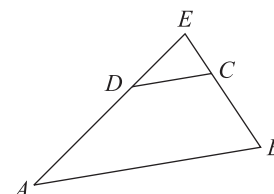
W równoległoboku różnica miar kątów wewnętrznych przy podstawie wynosi  $50^\circ$ . Większy z kątów wewnętrznych tego równoległoboku ma miarę

- A.  $115^\circ$                       B.  $75^\circ$                       C.  $130^\circ$                       D.  $105^\circ$

**Zadanie 12. (1 pkt)**

W trójkącie  $ABE$  (patrz rysunek) odcinki  $AB$  i  $CD$  są równoległe. Ponadto  $|AD| = 6$ ,  $|DE| = 2$ ,  $|EC| = 1,5$ . Wobec tego

- A.  $|AB| = 3|DC|$                       B.  $|CB| = 4,5$                       C.  $|EB| = 4,5$   
 D. jest za mało danych, aby obliczyć długość odcinków  $EB$  i  $CB$



**Zadanie 13. (1 pkt)**

W trójkącie prostokątnym  $ABC$  przyprostokątne  $AB$  i  $AC$  mają długość  $|AB| = 14$ ,  $|AC| = 6$ . Wskaż przybliżoną miarę kąta  $\sphericalangle ACB$ .

- A.  $60^\circ$                       B.  $23^\circ$                       C.  $25^\circ$                       D.  $67^\circ$

**Zadanie 14. (1 pkt)**

Łuk ograniczający wycinek koła o kącie środkowym  $30^\circ$  ma długość  $4\pi$ . Niech  $L$  oznacza obwód tego koła. Wobec tego

- A.  $L = 48\pi$                       B.  $L > 48\pi$                       C.  $L = 24\pi$                       D.  $L < 24\pi$

**Zadanie 15. (1 pkt)**

W prostokącie  $ABCD$ , o bokach długości  $|AB| = |CD| = 1$  i  $|AD| = |CB| = \pi$ , zakreślono z wierzchołka  $D$  okrąg o promieniu  $3,14$ . Wskaż zdanie prawdziwe.

- A. Okrąg ten jest styczny do prostej, przechodzącej przez punkty  $A, B$ .  
 B. Okrąg ten przechodzi przez jeden z wierzchołków prostokąta  $ABCD$ .  
 C. Okrąg ten nie ma punktów wspólnych z bokiem  $BC$ .  
 D. Okrąg ten przecina bok  $AD$  w jednym punkcie.

**BRUDNOPIS**



**Zadanie 16. (1 pkt)**

Układ równań  $\begin{cases} 100y - 200x = 0 \\ 7 - 2(y + 5) = 9 - 4(x + 3) \end{cases}$  można zinterpretować geometrycznie jako

- A. jedną prostą opisaną dwoma równaniami równoważnymi
- B. dwie proste przecinające się w jednym punkcie
- C. dwie proste równoległe
- D. dwie proste prostopadłe

**Zadanie 17. (1 pkt)**

Dwie mosiężne kule o promieniach 2 cm i 4 cm przetopiono na jedną kulę o promieniu  $R$ . Wobec tego

- A.  $R = 3$  cm
- B.  $R = 6$  cm
- C.  $R = 2\sqrt[3]{9}$  cm
- D.  $R = 2\sqrt[3]{6}$  cm

**Zadanie 18. (1 pkt)**

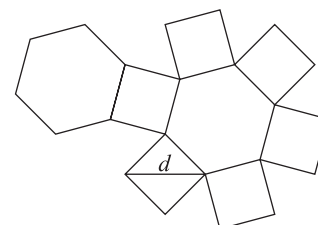
W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym kąt między wysokością ściany bocznej a wysokością ostrosłupa ma miarę  $30^\circ$ . Wobec tego miarę  $60^\circ$  ma kąt

- A. między krawędzią boczną a podstawą ostrosłupa
- B. między ścianą boczną a podstawą ostrosłupa
- C. między dwiema sąsiednimi krawędziami bocznymi
- D. między dwiema przeciwległymi krawędziami bocznymi

**Zadanie 19. (1 pkt)**

Na rysunku przedstawiona jest siatka graniastosłupa prawidłowego, którego wszystkie krawędzie mają jednakową długość. Jeżeli długość odcinka  $d$  wynosi  $\sqrt{2}$ , to

- A. pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa jest liczbą niewymierną
- B. pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest liczbą niewymierną
- C. objętość tego graniastosłupa jest liczbą wymierną
- D. pole podstawy tego graniastosłupa jest liczbą wymierną



**Zadanie 20. (1 pkt)**

Prawdopodobieństwo  $P(A)$  zdarzenia  $A$  równe jest  $\frac{7}{12}$ , prawdopodobieństwo  $P(B)$  zdarzenia  $B$  równe jest  $\frac{1}{3}$  i prawdopodobieństwo  $P(A \cap B)$  zdarzenia  $A \cap B$  równe jest  $\frac{1}{6}$ . Wówczas

- A.  $P(A \setminus B) = \frac{5}{12}$
- B.  $P(A \setminus B) = \frac{1}{4}$
- C.  $P(A \setminus B) = \frac{1}{12}$
- D.  $P(A \setminus B) = \frac{1}{6}$

**BRUDNOPIS**



**ZADANIA OTWARTE**

*Rozwiązania zadań o numerach od 21. do 29. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.*

**Zadanie 21. (2 pkt)**

Poniżej podany jest wykaz rocznych stóp procentowych dla lokat miesięcznych, trzymiesięcznych i sześciomiesięcznych w kilku wybranych bankach.

Oprocentowanie depozytów złotych dla ludności			
Bank	1 miesiąc	3 miesiące	6 miesięcy
A	–	6,4%	4,95%
B	5%	4,8%	4,5%
C	4,5%	5,4%	5,8%
D	4,95%	4,95%	4,95%

Wybierz bank, który oferuje najlepsze oprocentowanie dla lokaty trzymiesięcznej i oblicz, jakie odsetki po trzech miesiącach otrzyma klient, jeżeli jego kapitał początkowy wynosił 10 000 zł.

Odpowiedź: bank ..... odsetki .....



**Zadanie 22. (2 pkt)**

Rozwiąż nierówność  $|x - 9| \geq 15$ . Zaznacz zbiór rozwiązań na osi liczbowej.



**Zadanie 23. (2 pkt)**

Dobierz wartość  $p$  tak, aby liczby:  $\log_3 3$ ,  $\log_3 9$ ,  $\log_3 p$  tworzyły w podanej kolejności ciąg:

a) arytmetyczny,

b) geometryczny.



Odpowiedź:

a) .....

b) .....

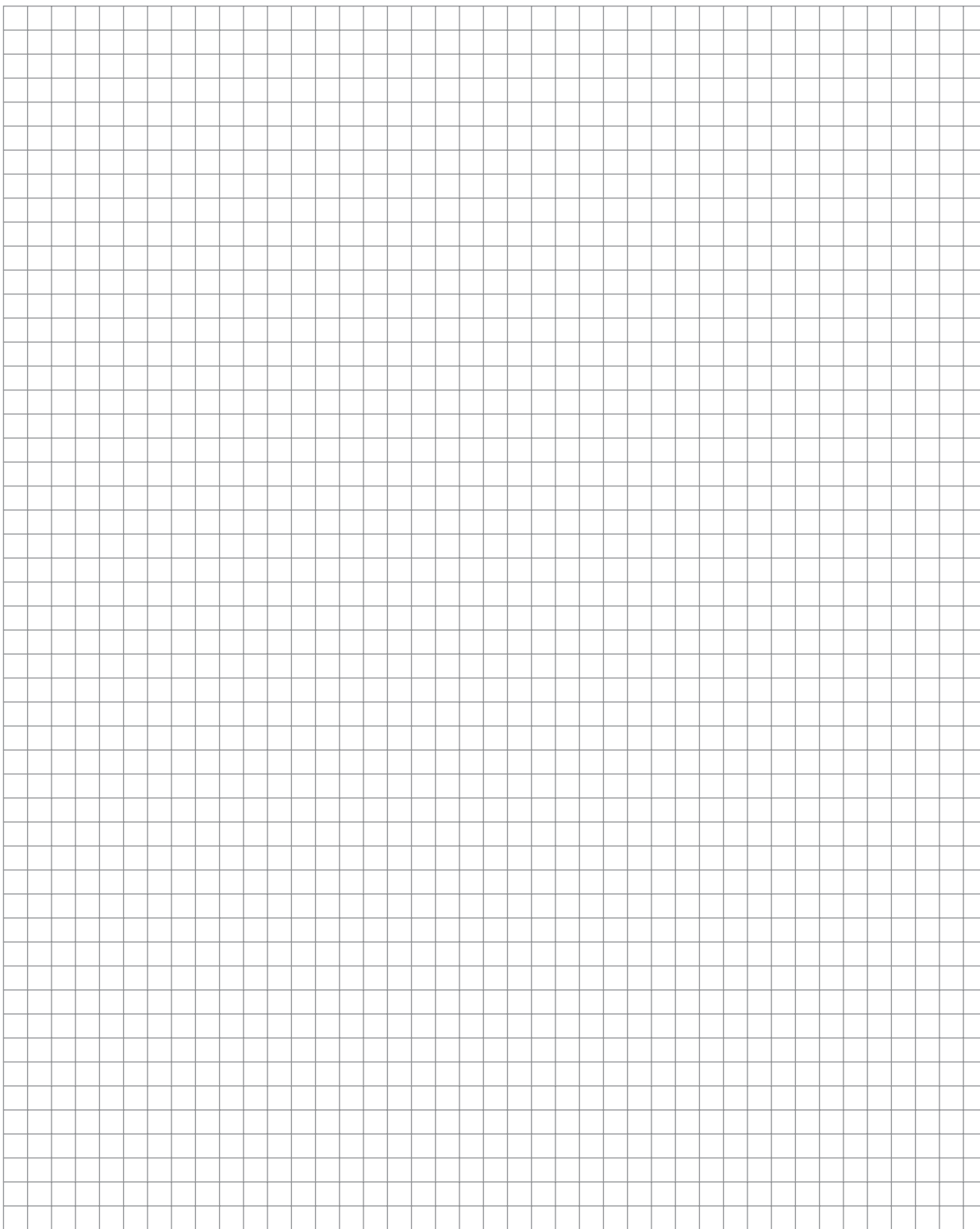
**Zadanie 24. (2 pkt)**

Punkt  $A$  o współrzędnych  $(-4, -11)$  należy do okręgu o równaniu  $x^2 - 4x + y^2 + 6y - 87 = 0$ .  
Punkt  $B$  ma współrzędne  $(8, 5)$ . Wykaż, że odcinek  $AB$  jest średnicą tego okręgu.



**Zadanie 25. (2 pkt)**

Ruletka amerykańska to gra hazardowa, w której zadaniem gracza jest odgadnięcie, na jakim polu zatrzyma się kulka, krążąca po okrągłej tarczy. Tarcza jest podzielona na 38 pól numerowanych kolejno liczbami od 1 do 36 oraz na pole z numerem 0 i na pole z numerem 00. Prawdopodobieństwo zatrzymania się kulki w każdym z 38 pól jest jednakowe. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że kulka zatrzyma się na polu, którego numer jest liczbą pierwszą.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 26. (4 pkt)**

Wykaż, że dla  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  oraz  $a \neq -b$  wyrażenie  $\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{3}{a^2b} + \frac{3}{ab^2}\right)^{-2}$  można przekształcić do postaci  $\left(\frac{ab}{a+b}\right)^6$ .

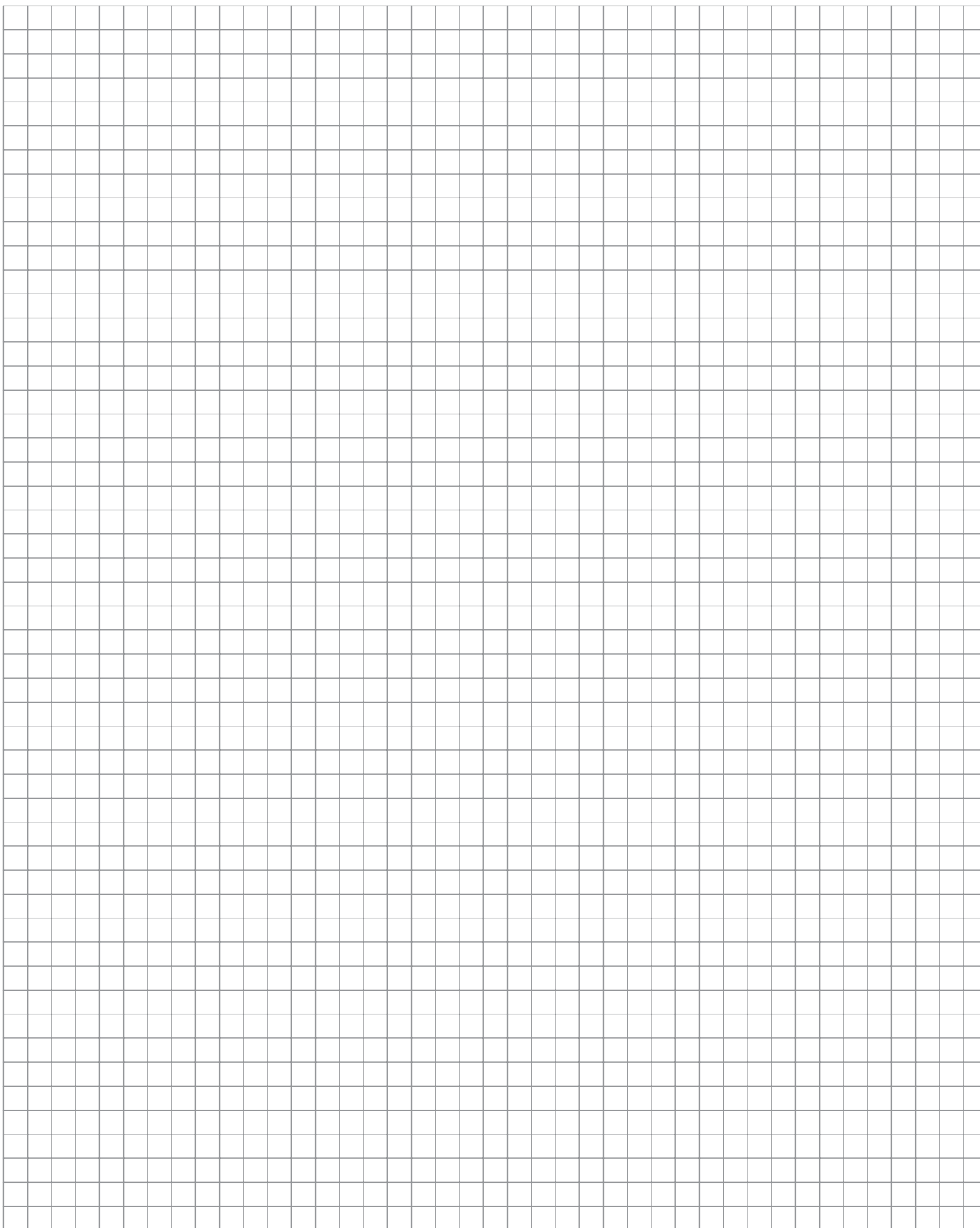


**Zadanie 27. (6 pkt)**

Funkcja  $h$  przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej  $n$  liczbę wszystkich całkowitych rozwiązań nierówności  $x^2 - 4nx + 3n^2 \leq 0$  z niewiadomą  $x$ .

a) Oblicz  $h(4)$ .

b) Wyznacz wzór funkcji  $h$ .



Odpowiedź:

a) .....

b) .....

**Zadanie 28. (5 pkt)**

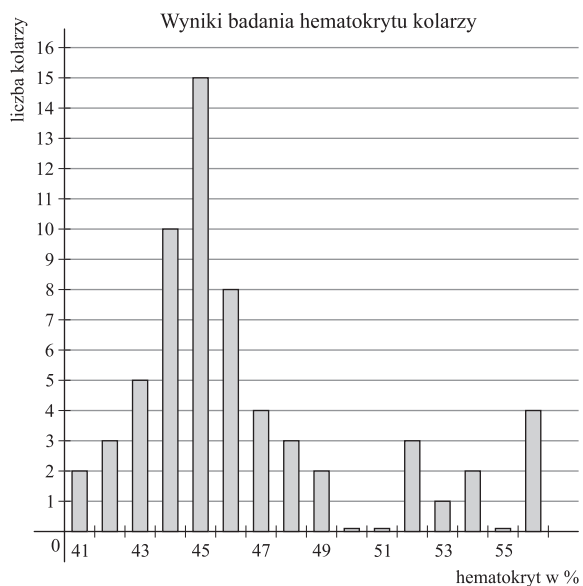
W trapezie  $ABCD$  krótsza podstawa  $CD$  ma długość  $a$ . Wysokość poprowadzona z punktu  $D$  przecina podstawę  $AB$  w punkcie  $E$ . Oblicz obwód trapezu, wiedząc, że  $\sphericalangle ABC = 45^\circ$  i że czworokąt  $AECD$  jest równoległobokiem o kącie ostrym  $30^\circ$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 29. (5 pkt)**

Przeprowadzono test antydopingowy w grupie 62 kolarzy przed zawodami. Celem badania było wykrycie zawodników, którzy stosowali erytropoetynę (EPO). Jest to środek, który poprzez stymulację produkcji czerwonych ciałek krwi zwiększa wydolność organizmu. Badano hematokryt zawodników, czyli wyrażony w procentach stosunek objętości czerwonych ciałek do objętości krwi w organizmie zawodnika. U zawodników, którzy stosowali EPO, hematokryt powinien być wyższy niż u pozostałych. Międzynarodowy Związek Kolarski stosuje zasadę, że zawodnik, u którego hematokryt przekracza 50%, dostaje zakaz startu w zawodach. Na wykresie przedstawiono wyniki testu. W tabeli podano niektóre wskaźniki statystyczne dla badanej grupy zawodników.



- a) Wyznacz medianę hematokrytu w całej badanej grupie zawodników.
- b) Oblicz, jaki procent badanych zawodników stanowią zawodnicy, którzy otrzymali zakaz startu w tych zawodach.
- c) Oblicz standardowe odchylenie hematokrytu kolarzy, wykluczonych z zawodów i wpisz wynik w tabeli.
- d) W której grupie zawodników: dopuszczonych do startu czy wykluczonych z zawodów zróżnicowanie hematokrytu jest większe i dlaczego?

	Średnia arytmetyczna hematokrytu	Standardowe odchylenie hematokrytu
Zawodnicy dopuszczeni do startu	≈ 44,92	≈ 1,9
Zawodnicy wykluczeni z zawodów	54,1	

Odpowiedź:

- a) .....
- b) .....
- c) .....
- d) .....



**BRUDNOPIS**



**BRUDNOPIS**



## Karta odpowiedzi

Wypełnia zdający					Wypełnia sprawdzający				
Nr zadania	A	B	C	D	Nr zadania	X	0	1	2
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	21.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	22.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	23.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	24.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	25.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
16.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
17.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
18.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
19.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
20.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					

Suma punktów	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cyfra dziesiątek	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Cyfra jednostek	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

D	J
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**ODPOWIEDZI DO ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH Z ARKUSZA – Zestaw 1**

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
B	C	A	D	D	B	D	A	B	D	A	B	D	A	D	A	C	B	B	A

**ODPOWIEDZI DO ZADAŃ OTWARTYCH Z ARKUSZA – Zestaw 1**

Nr zadania	Odpowiedź
21.	A, 160 zł
22.	$x \in (-\infty; -6) \cup \langle 24; +\infty \rangle$
23.	a) $p = 27$ b) $p = 81$
24.	Środek okręgu ma współrzędne $(2, -3)$ i jest równocześnie środkiem odcinka $AB$ . albo Punkt $B$ leży na okręgu (jego współrzędne spełniają równanie okręgu) i długość $AB$ jest dwukrotnością promienia tego okręgu.
25.	$\frac{11}{38}$
26.	$\left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{3}{a^2b} + \frac{3}{ab^2}\right)^{-2} = \left(\frac{(a+b)^3}{a^3b^3}\right)^{-2} = \frac{a^6b^6}{(a+b)^6} = \left(\frac{ab}{a+b}\right)^6$
27.	a) $h(4) = 9$ b) $h(n) = 2n + 1$
28.	$\frac{a(9 + 3\sqrt{3} + \sqrt{6})}{3}$
29.	a) 45 b) $\approx 16\%$ c) $\approx 1,7$ d) Większe zróżnicowanie hematokrytu jest w grupie zawodników dopuszczonych do zawodów, gdyż standardowe odchylenie hematokrytu w tej grupie jest większe.